|  |  |
| --- | --- |
| 结论十二：圆锥曲线的中点弦问题 | |
| 结  论 | **1.在椭圆E:+=1(a>b>0)中:**  **(1)如图①所示,若直线y=kx(k≠0)与椭圆E交于A,B两点,过A,B两点作椭圆的切线l,l',有l∥l',设其斜率为k0,则k0·k=-.**  **(2)如图②所示,若直线y=kx与椭圆E交于A,B两点,P为椭圆上异于A,B的点,若直线PA,PB的斜率存在,且分别为k1,k2,则k1·k2=-.**  **(3)如图③所示,若直线y=kx+m(k≠0且m≠0)与椭圆E交于A,B两点,P为弦AB的中点,设直线PO的斜率为k0,则k0·k=-.**  **说明: id:2147492214;FounderCES**  **2.在双曲线E:-=1(a>0,b>0)中,类比上述结论有:**  **(1)k0·k=. (2)k1·k2=. (3)k0·k=.** |
| 解  读 | 这些结论中的第（1）（3）个可以利用“点差法”来完成：①设出弦的两端点的坐标；②代入圆锥曲线方程；③两式相减，在用平方差公式展开；④整理、转化为弦所在直线的斜率与弦中点和原点连线的斜率的关系，然后求解． |
| 典  例 | 已知双曲线，斜率为的直线交双曲线于、，为坐标原点，为的中点，若的斜率为，则双曲线的离心率为（ ）  A． B． C． D． |
| 解  析 | 【答案】A  【详解】设点、，则，由题意，得，，两式相减，得，整理得，所以，因此，双曲线的离心率为 |
| 反  思 | 本题先设点、，利用点差法求得，进而可得出双曲线的离心率为，即可得解.主要考查了双曲线的标准方程，以及直线与双曲线的位置关系的应用，着重考查了推理与运算能力，属于中档试题．求解椭圆或双曲线的离心率的方法如下：  （1）定义法：通过已知条件列出方程组，求得、的值，根据离心率的定义求解离心率的值；  （2）齐次式法：由已知条件得出关于、的齐次方程，然后转化为关于的方程求解；  （3）特殊值法：通过取特殊位置或特殊值，求得离心率. |
| 针对训练\*举一反三 | |
| 1．已知抛物线，过其焦点且斜率为的直交抛物线于､两点，若线段的中点的横坐标为，则该抛物线的准线方程为（ ）  A． B．  C． D．  【答案】D  【详解】抛物线的标准方程是，焦点坐标是，则直线的方程是，与抛物线方程联立得，，因为线段的中点的横坐标为2，所以，得，所以该抛物线方程，则准线方程.  2．已知椭圆，点为右焦点，为上顶点，平行于的直线交椭圆于，两点且线段的中点为，则椭圆的离心率为（ ）  A． B． C． D．  【答案】A  【详解】设，直线的斜率为，则，所以，由线段的中点为，所以  所以，又，所以，又，所以，∴.  3．已知双曲线的右焦点为，虚轴的上端点为，点，在双曲线上，且点为线段的中点，，双曲线的离心率为，则（ ）  A． B． C． D．  【答案】A  【详解】  解法一：由题意知，，则.设，，  则两式相减，得.因为线段的中点为，  所以，，又，所以，整理得，  所以，即，得.  解法二：由题意知，，则.设直线的方程为，即，代人双曲线方程，得.  设，，则，所以，又，所以，整理得，所以，  即，得，则  4．已知椭圆的右焦点为，过点的直线交椭圆于两点，若的中点坐标为，则椭圆的方程为（ ）  A． B． C． D．  【答案】D  【详解】设，则，，则，两式相减得：，∴===，  又==，∴，联立，得.∴椭圆方程为.  5．设椭圆的方程为1，直线*AB*不经过原点，而且与椭圆相交于*A*，*B*两点，*M*为*AB*的中点．若直线*AB*的斜率为1，则直线*OM*的斜率不可能是（ ）  A． B． C． D．﹣1  【答案】D  【解析】设,则,又 ,  即.故.即  又,故,因为,故.  6．已知直线与圆交于、两点，线段的中点，则.试用类比思想，对椭圆写出结论：\_\_\_\_\_\_.  【答案】若椭圆与直线交于、两点，是线段中点，则  【解析】由类比思想，可知椭圆与直线交于、两点，是线段中点.设点，，，中点则，即，将，两点代入椭圆中，，上下两式相减得，即，所以  即  8．已知为抛物线的一条长度为8的弦，当弦的中点离轴最近时，直线的斜率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.  【答案】  【详解】由题意得抛物线的准线方程为：，过作于，过作于，  figure  设弦的中点为，过作于，则，设抛物线的焦点为，则，即(当且仅当，，三点共线时等号成立)，  所以，解得，即弦的中点到轴的最短距离为：，  所以点的纵坐标为，，，，，，  ∴所以直线的斜率，∴，此时，  当弦的中点离轴最近时，直线的斜率为，  9．已知双曲线的右焦点为，虚轴的上端点为，点，为上两点，点为弦的中点，且，记双曲线的离心率为，则\_\_\_\_\_\_．  【答案】  【详解】解法一 由题意知，，则．设，，则两式相减，得．因为的中点为，所以，，又，所以，整理得，所以，得，得．  解法二 由题意知，，则．设直线的方程为，即，代入双曲线方程，得．设，，结合为的中点，得．又，所以，整理得，所以，得，得． | |

